

解析时空理论

崔思琰

二十世纪的物理学在基础理论方面的最伟大的成就是建立了相对论和量子力学，其代表人物是爱因斯坦和玻尔(David Bohr),薛定谔(Schrödinger)等著名科学家。近一百年过去了，这两个理论历经物理学家们的努力和无数实验验证，成果包括近代物理学基础理论的发展的各个方面，其正确性不可动摇。但遗憾的是，物理学界始终没有找到一个公认的统一理论把相对论和量子力学统一起来，甚至不少人开始怀疑这个统一理论是否存在。建立统一理论最大难点在于相对论主要涉及的是宏观确定性问题，而量子力学主要涉及微观量子行为的不确定性问题，我们要寻找的统一理论必须要解决的就是相对论和量子力学数学表达形式与物理概念上难以兼融这一难题，而且新理论的诞生意味着今后的物理学也不可能再有宏观和微观世界的界限。

要解决物理学统一理论这一世纪难题，首先，从科学哲学角度出发，认识到这两个理论统一应该是在原理上的统一，即找到一套新的原理^{*}，并根据这个原理，得到相对论和量子力学的主要原理和主要结论，使相对论和量子力学有一个共同的原理（从此光速不变和薛定谔方程不再是原理，是新理论下的结论）其次，这个统一理论的原理必须是简单的，有物理含义的数学表达式，其推导的结论可以被验证。

回顾历史，不可否认，我们在学习和研究相对论和量子力学过程中还是存有许多疑问：

1. 狭义相对论的洛伦兹变换中的收缩因子 $\sqrt{1-u^2/c^2}$ 究竟是什么东西？它背后的物理含义是什么？
2. 狭义相对论告诉我们相对运动的两个不同坐标系对时间、空间的描述是不同的，那么我们还要问“相对运动的不同坐标系对相对速度的观测结果是否相同，即 u 是否等于 $-u'$ ”？
3. 广义相对论把非惯性时空定义为黎曼空间，但由于黎曼几何是正曲率空间，既然广义时空是对称的，我们必然要问，是否有负曲率空间？非惯性时空难道一定是黎曼空间？是否还有其它解释？
4. 薛定谔方程是量子力学最基本的方程，但与其说是一个量子力学的“原理”或“假设”，倒不如说薛定谔方程看上去更象一个结论，隐藏在薛定谔方程背后的物理含义是什么？
5. 双缝实验和量子纠缠以及量子的随机不确定的奇怪现象的根源是什么？如何对一般科学爱好者进行解释？

带着种种疑问，我们对相对论和量子力学的大厦基础进行重新审视，认识到要解答上述问题；则有必要找到一套新的原理，建立一个新的理论；在此基础上，把牛顿时空，相对论时空及量子时空合并成一个完整时空体系，才能实现物理学最重要的基础理论统一。经过逐步分析探索，我们终于找到了一把打开统一理论的大门的钥匙，即光行差现象，并把它作为一个原理。这个新理论的原理（或假说）即：(I) 时空偏转原理 (II) 时空面积不变原理。【有关这两个原理（或假说）的物理含义，来源及实验依据见本文专业版说明。】

根据这两个原理（或假说），本文给出洛伦兹收缩因子的明确的物理定义；对尺缩钟胀现象给出数学表达式；证明光速（速率）与光源运动状态无关；对光行差的常见现象给出解释；对广义相对论的太阳光谱线的引力红移现象重新论证，并推导出新的行星进动公式。根据这两个原理，进一步推导出康普顿(Compton)效应公式及

薛定谔方程，揭开量子世界的不确定的背后原因，为我们更好的了解和解释微观世界的奇怪现象提供一种工具和方法。

本文将遵循科学理论发展和创建的范式，从定义，立论（假设），推导，论证，提出新的推论，到结论，初步完成一个新理论的建立过程。

需要在这里说明的是，本文只是对时空问题的一个初步探索，提供一种思路和方法，并非完整的时空理论，尚未讨论有关四种宇宙基本相互作用力的统一问题，关于解析时空的某些问题没有提及或不一定说的完全清楚，因为毕竟是新的理论，会有不完备的地方，并且期待他人补充完善。

* 关于什么是物理学原理（假说），什么是物理定律？这些原理定律怎样建立，是否可以被证伪，物理学原理与形而上，形而下的关系等详细说明参见本文后面说明。

一. 定义

设两个直角坐标系(S') 和 (S); (S')是运动系, (S)是观测系; 在(S')系内, 长度 l' , 时间 t' 是固有长度和时间; 同样, 其上物体运动的速度 v' 和光速 c' 也为(S')系内固有速度和光速, 如果把(S')设为观测系, 反之亦然。如果(S') 和 (S) 之间有相对运动, 速度为 u , 在(S)系上的观测者分别测量 l', t', v' 和 c' , 测量结果分别为 l, t, v 及 c 。【注意: 这里并没有规定对光速 c' 的测量结果一定是 $c'=c$ 即不假设光速不变, c' 为在(S')中, 光源静止状态下测出的光速】

二. 假设（两个基本原理）

- (I) 时空偏转原理-----如果运动系(S')离开或接近观测系(S), (S') 与 (S)沿离开或接近方向产生偏转, 偏转角为 θ , 并有如下关系式 $\sin\theta=u/c$, 即偏转角度的正弦值与测得的物体的相对速度 u 和测量光速 c 的比值有关。与此相对称, 如果(S')为观测系, 相对速度为 u' , 则 $\sin\theta'=u'/c'$, 对两个坐标系而言, 不管谁是观测系, 偏转角 $\theta'=-\theta$ 。
- (II) 时空面积相等原理-----运动系(S')内的时间和长度的叉乘积 $l' \times t'$ 为时空面积, 在时空偏转情况下, 对观测者而言, 时空面积保持不变 $l' \times t'=l \times t$ 。即对任意的观测系, 运动系沿相对运动方向的长度 l' 与时间 t' 的叉乘积保持不变。

三. 推导与论证

1. 关于狭义相对论的洛伦兹因子及尺缩钟胀问题

图 Fig.1 显示运动系(S')在某一时刻与观测系(S)在 o 点重合, 并以相对速度 u 沿 L 轴离开(S), 根据原理(I),(II); (S')系与(S)发生偏转, 如图: (S_{ABDC} 等于 S'_{ADFE} , $l \times t = l' \times t'$)。

据此, 我们可以得到有关运动系(S')和观测系(S)长度与时间的

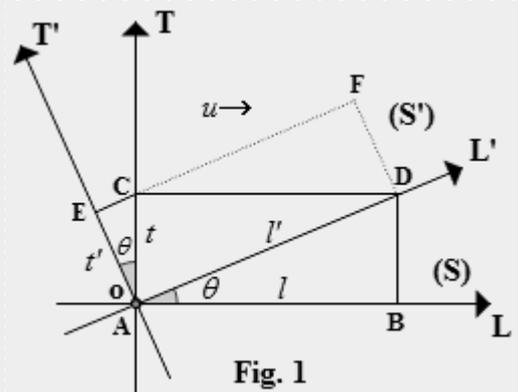


Fig.1 运动系(S')与观测系 (S)在时空偏转时的图示

关系式。

如图所示：

$$l = l' \cos\theta \quad (1)$$

$$t = t'/\cos\theta \quad (2)$$

根据原理 (I): $\sin\theta = u/c$, 式(1)与式(2)可以写为

$$l = l' \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (3)$$

$$t = t' / \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (4)$$

以上结果表明，狭义相对论的尺缩钟胀效应是由于时空偏转所致，而洛伦兹变换的收缩因子 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ 实际上是个偏转因子： $\sqrt{1 - u^2/c^2} = \cos\theta$ ，这也大大简化了对狭义相对论学习和研究的难度。不仅如此‘光速不变’也不再是原理或假设，对‘光速不变’的讨论在本文后面将做详细介绍。

关于相对速度 u 和 u' 关系，(或沿相对运动方向的其它速度 v, v')由式(1)和式(2) ($l = l' \cos\theta$ 及 $t = t'/\cos\theta$) 得出：即

$$(l/t) = (l'/t') \cos^2\theta$$

$$u = u' \cos^2\theta \text{ 或 } v = v' \cos^2\theta \quad (u \text{ 与 } u' \text{ 方向相反时式中加负号}) \quad (5)$$

之所以得此结果，因为相对速度 u (或 u') 是个矢量，时空发生偏转时由于矢量方向的改变，使得 $u \neq -u'$ 。

在一般情况下，不同坐标系的观察者描述“同一事件”诸如时间、空间(包括点)、速度和加速度等，其结果都是不同的。没有绝对的时间、空间、速度和加速度，牵连速度也不例外。之所以有这样的结论，根本原因在于运动系(S')与观测系(S)由于存在相对运动而发生了整个时空体系的偏转，两个坐标体系的单位制(SI)发生了改变

(米/秒与米'/秒'不等)，所以，需要加偏转系数 $\cos^2\theta$ ，相对速率 u 与 u' 才可相等，即：

$$u = u' \cos^2\theta \text{ 或 } u = -u' \cos^2\theta。$$

2. 以下讨论洛伦兹变换问题

洛伦兹变换由以下方程(6)，(7)联立确定，显然 式中 $u = -u'$

$$x = ut + x' \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad (6)$$

$$x' = x \sqrt{1 - u^2/c^2} - ut' \quad (7)$$

式(8), 式(9)为偏转时空下的一维坐标变换方程, 按照对称原则, 不管何为运动系(**S'**)和观测系(**S**)均有以下方程成立:

$$x = ut + x'\cos\theta \quad (8)$$

$$x' = u't' + x\cos\theta' \quad (9)$$

联立后得到

$$v = \frac{v' - u'}{1 - \frac{u'v'}{c^2}} \cos^2\theta \quad (\text{具体证明参见下面光速不变部分}) \quad (10)$$

式中的 v 是(**S**)系观测到的在(**S'**)系内的运动速度 v' (沿相对运动方向), u' 为相对运动速度。

式(10)表明, 当相对速度 u' 接近或达到光速时, $\cos\theta=0$, 时空偏转 90° , 此时我们看不到运动系内的任何运动, 包括光, 该系进入“黑洞”状态。当相对速度很小时 $u' \rightarrow 0$, 上式 $v = v' - u'$, 即进入牛顿的绝对时空。

以下讨论二维空间的速度关系式, 根据直角坐标系的变换公式, (**S'**)和(**S**) 变换如下:

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \quad (11)$$

$$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \quad (12)$$

对上两式求对时间的微分, 并注意 $dt'/dt = \cos\theta$ 则有以下结果

$$v_x = v'_x \cos^2\theta - v'_y \sin\theta \cos\theta \quad (13)$$

$$v_y = v'_x \sin\theta \cos\theta + v'_y \cos^2\theta \quad (14)$$

3. 太阳光谱线的引力红移

太阳光谱线的引力红移的计算是广义相对论的重要成果, 目前已应用在全球定位导航系统(GPS)中, 这个系统中由卫星携带的钟必须经常校正由于引力红移带来的误差。以下运用新的理论重新讨论此问题; 首先在地球上建立观测系(**S**), 运动系(**S'**) 建立在假想的绕太阳表面运行的一颗卫星上。

根据式(14), ($v'_x=0$) 有 $v_y = v'_y \cos^2\theta$, 根据原理(I) $\sin\theta = u/c$ $\sqrt{1 - u^2/c^2} = \cos\theta$, 则

$$v_y = v'_y (1 - u^2/c^2)$$

$$\frac{v'_y - v_y}{v'_y} = \frac{u^2}{c^2}$$

令 $v_y' - v_y = \Delta v$ 则

$$\frac{\Delta v}{v_y} = \frac{u^2}{c^2} \quad (15)$$

根据牛顿引力公式，绕太阳运行的卫星的速度为

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

代入式(15)中的 u ，即有

$$\frac{\Delta v}{v_y} = \frac{GM}{Rc^2} \quad (16)$$

式(16)表明，从解析时空的偏转概念出发同样可以得到广义相对论用施瓦西解的结果。广义相对论的其它推论

如行星摄动问题，也同样可以用偏转时空的方法解决，而且方法更简单，本文后边将给出新的行星进动公式。

4. 证明惯性运动光源的光速为常数

‘光速不变原理’是相对论的核心原理，但一直到今日，不少人还对其存有疑虑，源于一些悖论，以及光行差问题对产生‘光速不变’的质疑等。由于光速不变是物理学的原理，又有大量的实验依据，故该原理无需理论证明；因此，从相对论创建至今，‘光速不变’这一假设从未被理论上证明过其真伪。解析时空理论作为一个新理论，已经有新的原理，‘光速不变’不是本理论的原理，应该作为一个结论被推导出来，故应该对‘光速不变’问题做出回答，即根据原理 (I) (II) 对光速不变问题进行求证，证明过程是否正确，请读者鉴查。

设三维空间两质点 A, B; A 点为观测系(S), A 点为静止状态, B 点为运动系(S'), B 点的惯性速度为 u ; A, B 两点间距离为 L; 我们沿 AB 连线方向设为 X-轴和 X'轴, 并分别在(S), (S')上建立三维直角坐标系 O-XYZ, O'-X'Y'Z', 速度 u 在 X'轴 Y'轴及 Z'轴的分量分别 u_x, u_y and u_z 。如图 Fig.2。

为方便研究，将 A 和 B 点在图中放大，并将运动系(S')分解为三个部分(S_{x'}), (S_{y'}) 和 (S_{z'})，代表各自方向上的光源；每个部分分别沿 X'轴 Y'轴及 Z'轴以速度 u_x, u_y and u_z 运动，从各自点上向外发出光线。这样我们可以分别研究其各个方向上向外发出的光线。见图 Fig. 2.1。

- 首先研究 B 点的光源(S_{y'})的光线。该光源向四周发射光，但只有一根光线 B_{y'}是朝向 A 点，其它光线方向由于朝向四周，在 A 点的观测者是看不到的。见图 Fig.2.2。由于该光源的速度方向是 Y'轴，垂直于 A 点的观测者，不存在速度叠加问题，所以 A 点的观测者测到的从(S_{y'})上发出的光的速度仍是 C，即光速没变。

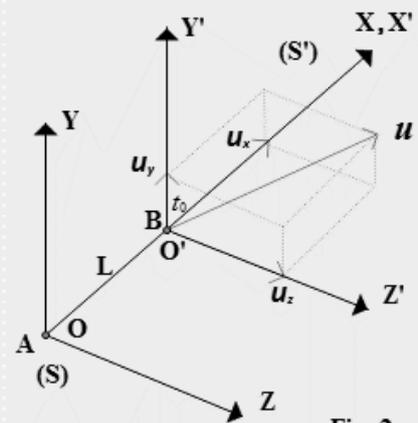


Fig. 2

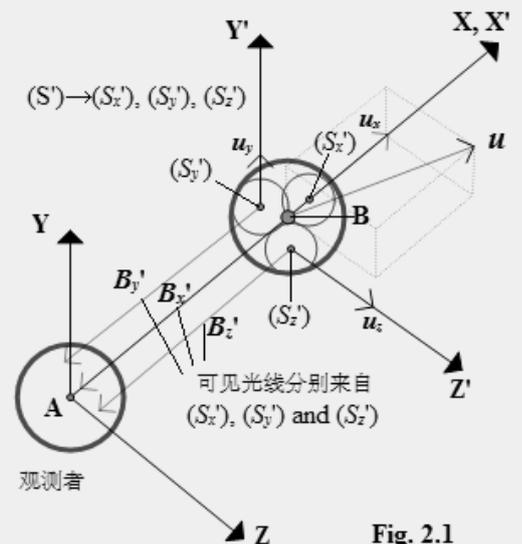
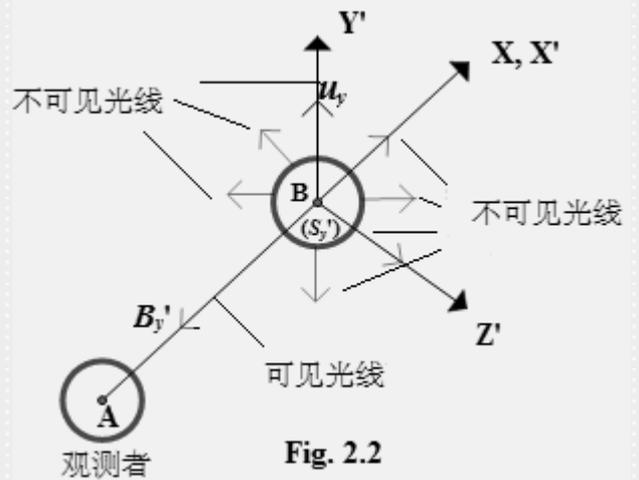


Fig. 2.1

- 同样，在 B 点的光源的(S_z')上发射光 B_z' 可以被 A 点的观测者测到，而且也是由于该光源速度方向是 Z' 轴，垂直 A 点的观测者，故 A 点的观测者测到的从(S_z')上发出的光的速度也是 C。
- B 点的光源的(S_x')上发射光 B_x' 可以被 A 点的观测者测到，但 B_x' 与 B_y' 和 B_z' 不同，由于(S_x')沿 X, X' 轴运动速度为 u_x ，存在速度叠加问题，A 点的观测者测到的 B_x' 的速度是否为 C，需要以下用数学方法证明。



不管相对速度 u 的方向如何，相对速度分量总是要向 AB 连线方向的延长线上投影，因为这是观测者对观察目标的视线方向。

以下讨论(S_x') 以速度 u_x 沿 X 方向运动的情况。为方便起见省略下标， u 代表 u_x ； u' 代表 u_x' 。由于(S_x') 和 (S) 有相对运动，根据原理(I)，(S_x') 与 (S) 发生偏转， B_x' 也改变了方向，偏离了观测者的 X 轴视线方向。如图 Fig.2.3

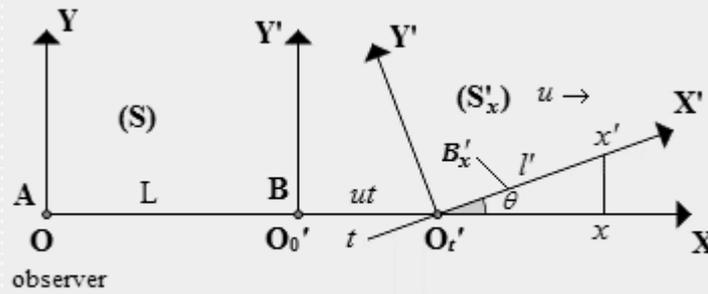


Fig. 2.3

观测者在时间 t 观测到(S_x')以速度 u 从 O_0' 移动到 O_t' 。(S_x') 的 X' -轴上的任意一点 x' 相对观测者在 A 点沿 X-轴的运动方程可表示如下：

$$x = L + ut + x' \cos \theta \tag{17}$$

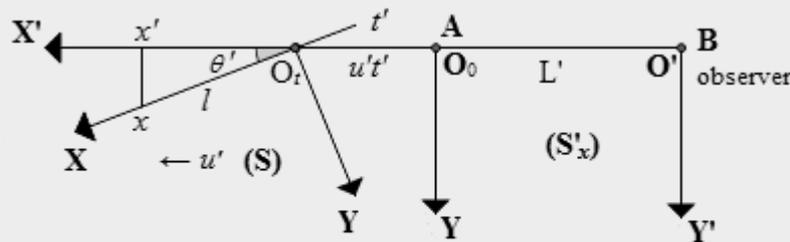


Fig. 2.4

对称地，如果(S_x')为观测系，(S)为运动系，即把图 Fig.2.3 转 180° 见 Fig. 2.4. 图中的上下标与图 Fig.2.3 对换。B 点观测者在时间 t' 观测到(S)以速度 u' 从 O_0 移动到 O_t ；(S) 的 X -轴上的任意一点 x 相对 B 点观测者在沿 X' -轴的运动方程可表示如下：式 (18)

$$x' = L' + u' t' + x \cos \theta' \quad (18)$$

从式(18)

$$x = (x' - L' - u' t') / \cos \theta'$$

$$\because \cos \theta' = \cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\therefore x = (x' - L' - u' t') / \cos \theta, \text{ 代入式(17)}$$

得：

$$t = (x' \sin^2 \theta - u' t' - L' - L \cos \theta) / u \cos \theta$$

对 x, t 分别微分：

$$dx = (dx' - u' dt') / \cos \theta$$

$$dt = (dx' \sin^2 \theta - u' dt') / u \cos \theta$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' - u' dt'}{dx' \sin^2 \theta - u' dt'} u$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' / dt' - u'}{dx' / dt' \sin^2 \theta - u'} u$$

令 $dx/dt = v$, v 在 X -轴 及 $dx'/dt' = v'$, v' 在 X' -轴.

由式 (5): $u = -u' \cos^2 \theta$ 且 $\sin \theta = \sin(-\theta') = -\sin \theta'$,

由原理 (I), $\sin \theta' = u'/c'$ 所以 $\sin \theta = -u'/c'$,

整理后得到与式(10)相同结果

$$v = \frac{v' - u'}{1 - \frac{u' v'}{c'^2}} \cos^2 \theta \quad (19)$$

令 $v' = c'$, 即从(S_x')沿 X' -轴方向对 A 点观测者上发射一束光 B_x' , 代入式 (19) 得到 $v = c' \cos^2 \theta$

由式 (5) $v = v' \cos^2 \theta, \therefore v = c$

这个结果表示观测者观测到光的速率不变，与 B 点的运动速度无关。至此有关 B 点的三个方向上的光线 B_x' 、 B_y' 和 B_z' 的测量结果均为 c ，而 AB 两点是三维空间的任意两点，所以可以得出结论：惯性运动光源的光速的速率为常数 c 。由于时空偏转改变了两个坐标系的单位制，因此才有 $c = c' \cos^2 \theta$ 的结果。

从以上证明过程可以看到，由于偏转原因，观测者看到的那根光线 B_x' 与 X-轴产生一个夹角，观测者看到的 B 点的影像并不是 B 点的实际位置，这就是光行差，这个角度与相对速度有关。以下对光行差问题做进一步讨论。

5. 光行差

光行差现象是英国天文学家詹姆斯·布拉德雷 (James Bradley) 在 1725-1728 年间发现的，以下用时空偏转概念来进行分析如下：将图 Fig. 2.3 逆时针旋转 90°，则是图 Fig. 2.5。（注：图 Fig. 2.3 中的距离 $ut \ll AB$ 距离，故忽略不计）

地球上的观测者 A 观测在黄道面上的 B 点的一颗恒星，A 点是观测系的观测原点；B 点为运动系，离开 A 点以速度 u 沿 X 轴运行；根据原理(I)，A 与 B 发生偏转， B_1 点(即图 Fig.1 中的 D 点)为观测者看到的 B 点映像，而不是他的实际 B 点位置。同理，如果 B 点为观测系，A 点的位置应该在 A_1 ，在光线 B_x' 的延长线上。这种偏差称作视差。 A_1 与 B_1 偏转方向(向左或向右)与 $u = \omega \times r$ 有

关；根据原理(I)， $\sin \theta = u/c$ ， $\sin \theta = |\omega \times r|/c$ ，如果 A 点为运动系，A 点偏向地球运行轨道内侧，即曲线的正法矢方向，如图 Fig. 2.5。显然地球观测的 B 点的星星应该对应地在另一侧即 B_1 点位置上。由此我们可知，为何黎曼空间为正曲率空间了。

根据国际天文联合会公布的光行差常数 $\theta = 20.49552''$ ，我们将地球轨道运行平均速度 29.78km/s 代入原理(I) $\sin \theta = u/c$ ，验算结果 θ 为 20.496"。数据表明，正是由于地球对观测的星星的相对运动产生视差，光行差产生的原因是由于时空偏转所至。

不得不提一句，不少关于光行差的解释用下雨打伞的例子，其解释光行差的现象明显错误；因为光行差的最大值是在 AB 连线的两个最外侧端，即图中的 A 点位置。而在冬夏时节，地球速度运行方向垂直于 AB 连线(与我们观测星星的视线垂直)，按照下雨打伞说法此时应该伞最斜，但实际上的测量结果，是此时光行差为零。因为按照时空偏转概念，在 AB 连线方向没有相对运动是不产生偏转的。

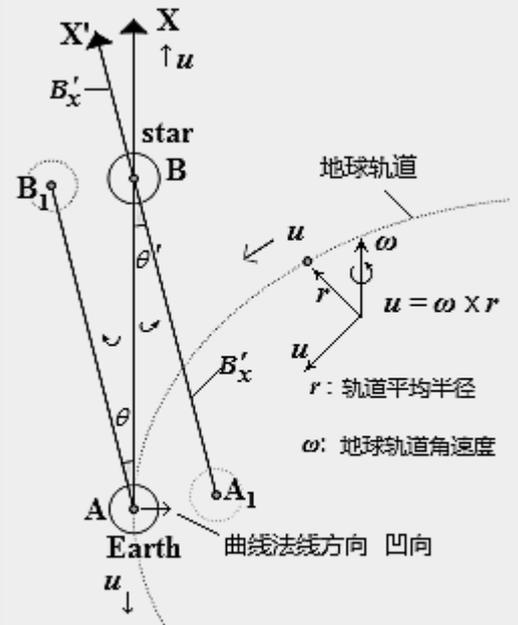


Fig.2.5

图 Fig.2.5 在地球上观测黄道面上的星星的视差

6. 行星进动公式

广义相对论根据施瓦西解 (K.Schwarzschild) 得到了行星进动公式，对水星近日点“摄动”的解释是广义相对论最重要的成果之一。本文根据时空偏转原理，以下用完全不同的方法给出一个新的行星进动公式。

设两个三维直角坐标系 $O-XYZ$ 和 $o-xyz$ ， $O-XYZ$ 为运动系， $o-xyz$ 为观测系；两个坐标系在某时刻原点重合。角 θ 是 Z -轴与 z -轴的夹角，一质点围绕 Z -轴旋转，角速度为 ω_z ，观测到的绕 z -轴角速度为 $\dot{\phi}$ ，节线 ON 是两个平面 $O-XY$ and $o-xy$ 的交线，进动角 ψ 为 OX 和 ON 的夹角，设 A 点为 ON 上的一点，做绕 OZ 轴的质心运动见图 **Fig.3**。我们这里要求的是观测的进动角速度，即 ox 与 ON 夹角的角速度。

根据质点绕质心运动的欧拉方程

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \\ \omega_y = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \\ \omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi} \end{cases} \quad (20)$$

我们取： $\omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}$ (21)

取图 **Fig.3** 中的 A 点：该质点在 oxy 平面的速度为

$$u = R_{zA} \dot{\phi}$$

该质点在 OXY -平面的速度为 $u' = u_z = R_{zA} \dot{\phi}_z$

根据式 (5) $u = u' \cos^2 \theta$

$$R_{zA} \dot{\phi} = R_{zA} \dot{\phi}_z \cos^2 \theta \quad R_{zA} = R_{zA} \quad \dot{\phi} = \dot{\phi}_z \cos^2 \theta \quad (22)$$

代入式(21)，则： $\omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi}_z \cos^2 \theta$

$$\dot{\psi} = (\omega_z - \dot{\phi}_z \cos^2 \theta) / \cos \theta \quad \because \omega_z = \dot{\phi}_z \quad \therefore \dot{\psi} = \dot{\phi}_z (1 - \cos^2 \theta) / \cos \theta$$

$$\dot{\psi} = \dot{\phi}_z \sin^2 \theta / \cos \theta \quad (23)$$

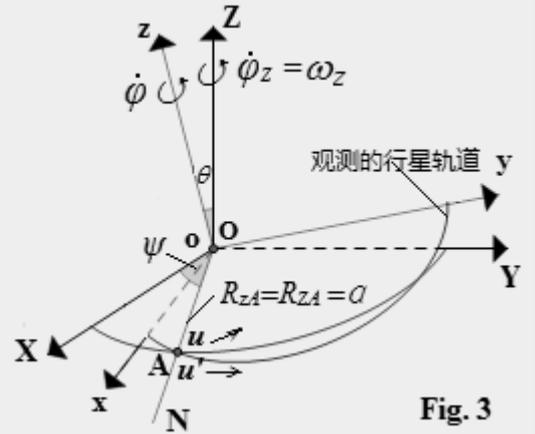
当 θ 确定后，根据原理 **(I)** $\theta = \sin^{-1}(u/c)$ ， z -轴在三维空间的位置并不确定，这是因为观察者的位置尚未确定。我们可以在 OXY -平面上的 $[0, \pi]$ 区间内求出 $\dot{\phi}_z$ 的平均进动角度 $\bar{\psi}_z$ 。

由式(23), $\frac{d\psi_z}{dt_z} = \frac{d\phi_z}{dt_z} \sin^2 \theta / \cos \theta$

$$\int_0^\pi d\psi_z = \int_0^\pi d\phi_z \sin^2 \theta / \cos \theta$$

$$\psi_{z(\pi-0)} = \pi \sin^2 \theta / \cos \theta \quad \text{let} \quad \psi_{z(\pi-0)} = \Delta \psi_z \quad (24)$$

所以平均进动角度为 $\bar{\psi}_z = \Delta \psi_z / \phi_0$ (ϕ_0 是单位弧度) $\phi_0 = 1$ (25)



质点 A 在 **O-XY** 平面的平均进动角速度为 $\frac{\Delta\psi_z}{\Delta t_z} = \frac{\pi \sin^2 \theta}{\Delta t_z \cos \theta}$ (这里的角度时间都是在运动系里)

根据式(2) $t = t'/\cos\theta$, t 为观测系 **o-xyz** 的时间, t' 为运动系 **O-XYZ** 的时间;

$$\text{令 } t = \Delta t \quad t' = \Delta t_z \quad \therefore \Delta t_z = \Delta t \cos \theta \quad \frac{\Delta\psi_z}{\Delta t_z} = \frac{\pi \sin^2 \theta}{\Delta t \cos^2 \theta} \quad (26)$$

在观测系中时间和速度的关系式 $\bar{v} = R_{zA} \dot{\phi} = R_{zA} \frac{kd\phi}{kdt} = R_{zA} \frac{\phi_0}{\Delta t} \quad \therefore \Delta t = \frac{R_{zA} \phi_0}{\bar{v}} = \frac{a\phi_0}{\bar{v}}$ 代入(26)

($a = R_{zA}$ 原点到 A 的距离; 即轨道半长径 见图 Fig.3)

$$\frac{\Delta\psi_z}{\Delta t_z} = \frac{\pi \bar{v} \sin^2 \theta}{a \cos^2 \theta} \quad \cos^2 \theta \frac{\Delta\psi_z}{\Delta t_z} = \frac{\pi \bar{v}}{a} \sin^2 \theta \quad \cos^2 \theta \Delta\dot{\psi}_z = \frac{\pi \bar{v}}{a} \sin^2 \theta$$

从式 (25) $\bar{\psi}_z = \Delta\psi_z / \phi_0$ ($\phi_0 = 1$)

$\cos^2 \theta \Delta\bar{\psi}_z = \frac{\pi \bar{v}}{a} \sin^2 \theta$ $\Delta\bar{\psi}_z$ 为质点在 **O-XY** 平面绕 Z-轴的平均进动角速度 (不是观测值)

$$\text{从式(22) } \dot{\phi} = \dot{\phi}_z \cos^2 \theta; \quad \text{同理可以得出} \quad \Delta\bar{\psi} = \cos^2 \theta \Delta\bar{\psi}_z = \frac{\pi \bar{v}}{a} \sin^2 \theta \quad (27)$$

$\Delta\bar{\psi}$ 为质点在 **o-xy** 平面绕 **z**-轴的平均进动角速度, 是观测值。

根据原理(I), $\sin\theta = u/c$, 令 $u = \bar{v}$ 代入式(27)

则观测到的质点 A 平均进动角速度公式如下

$$\Delta\bar{\psi} = \frac{\pi \bar{v}^3}{ac^2} \quad (\text{r/s}) \quad (28)$$

$\Delta\bar{\psi}$: 平均进动角速度; \bar{v} : 轨道平均速度; a : 轨道半长径

以下表.1 列出广义相对论和式(28)计算的行星进动值与天文实测值得对比。

太阳系内行星		水星	金星	地球	
参数	\bar{v}	km/s	47.89	35.03	29.79
	a	AU	0.387	0.723	1
	T	day	87.97	244.7	365.26
广义相对论	"/世纪		43.03	8.63	3.84
$\Delta\bar{\psi}$	"/世纪		42.96	8.94	4.00
实测值	"/世纪		42.6±1	8.4±4.8	5±1.2

表.1

式(28)也可以计算其它行星，小行星，双星等的进动值。

7. 康普顿效应

康普顿效应发现于二十世纪二十年代，对光子的粒子性给予了证明。在微观领域，是否可以用时空偏转概念对康普顿效应公式的数学进行推导呢？我们不妨试一试。

由式(1), $l = l' \cos\theta$, 令 $\Delta l = l' - l$ 则 (Δl 为时空偏转后长度变化的差值)

$$\Delta l = l' (1 - \cos\theta) \quad (29)$$

我们引入康普顿波长 λ_c ($\lambda_c = h/mc = 2.426 \times 10^{-12} \text{ m}$), 入射波长 λ_1 , 散射波长 λ_2 , 差值为 $\Delta\lambda$

令 $\Delta\lambda = \Delta l$ 及 $\lambda_c = l'$, 代入 式(29)

即得到

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_c (1 - \cos\theta) \\ &= \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) \end{aligned} \quad (30)$$

式(30) 即散射 X 光波的康普顿效应公式，散射角 θ 等效时空偏角 θ ，这两个角从数学上到概念上一致，应该不是巧合。从以上结果及前面的论证，说明时空偏转概念不仅适用于宏观，也可以用于微观领域，即对时空偏转概念来说，没有宏观和微观的区别。也使我们有理对量子的微观不确定性和随机问题，以及薛定谔方程背后的秘密一探究竟。

以下我们把时空偏转概念引入复数空间。

在前面分析光行差现象时谈到我们看到的空间的点并不真实的原像，是个映像；由于时空的偏转，两者之间存在某种函数关系，在复变函数里称作映射。而两个坐标系的偏转角是复变函数中辐角。由复变函数概念我们知道映像不一定是一个，可能多个，甚至无穷多个，而且原像的形状与映像也是不同的。

图 Fig.4 中显示在运动系(S')的 b'点, $b' \in (S')$ 和观测系(S)中的 b 点, $b \in (S)$; 运动系(S')的平面 B', $B' \subseteq (S')$ 和观测系(S)中的平面 B, $B \subseteq (S)$ 在复平面 O-vu 的示意图。

平面 B'是运动系的原像，是我们在本文开始定义中所说的固有值，即固有图像，平面 B 是映像，是观测值或观测图像，两者位置形状都会不同。图中的 θ 角是复变函数的辐角，也是时空偏转的偏转角。

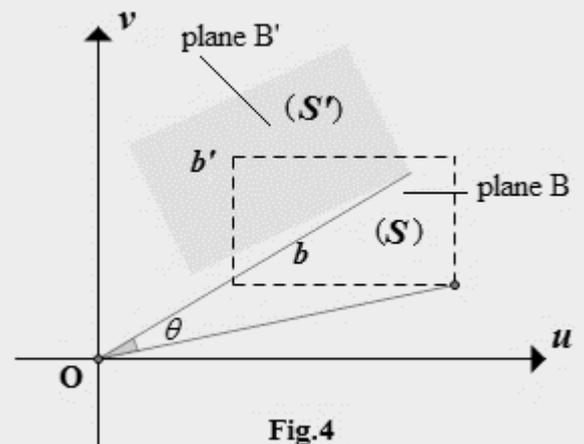


Fig.4

8. 偏转时空下的薛定谔方程

参照图 Fig. 1, 我们建立一个复平面坐标系 XOY, 见图 Fig. 5, X 轴为实轴, 对应图 Fig. 1 中的 L 轴, 图 Fig. 1 中的 L' 轴为向量 O'X' 的模 (r), 即为图 Fig. 5 中的 X' 轴。X 轴上的任一长度 l 为其模 l' 在 X 轴上的投影。

根据复变函数的三角表示式和及指数表示式, 有

$$w = r(\cos\theta + i \sin\theta) = re^{i\theta} \quad (31)$$

式中 $\theta = \arg z \quad (-\pi, \pi)$

$$\text{式(31)的实部 } w = r \cos\theta \quad (32)$$

(注: 虚部是图 Fig. 2.2 中看不到的光线, 尽管有 Y, Z 方向的实体存在但无法观测到故称虚部, 这里与一般虚数的解释不同)

如图 $r = l' \quad w = l$

则有 $l = l' \cos\theta$ 与式(1)相同。

当辐角 θ 为常数, $r = l'$, D 为 X' 轴上的一点, 从数学上该点的集合为在三维空间上是围绕 X 轴的圆环。如图 Fig.6。

当运动系(S')以速度 u 沿 X 轴运动, 根据原理(I), 与观测系(S)发生偏转, 偏转角度为常数 θ , X' 轴上的 D 点在

某时刻的空间位置是不确定的, 可以是圆周上的任何点; 在三维空间上的 D 点集合为概率分布的圆环。概率密度方程为 w 的一阶导数: w' ; 如果辐角 θ 为时间变量 $\theta = \omega t$; 则其概率密度为 w 的二阶导数记为 w'' 。

以下推导复变函数下概率幅密度方程。

根据式 (31) $w = re^{i\theta}$

令 $\theta = \omega t$ 则 $w = re^{i\omega t}$

$\omega = 2\pi/T, t = x/u$ 和 $uT = \lambda$, 由 $\psi(x)$ 替代 w ,

$$w = re^{i\frac{2\pi x}{T u}} = re^{i\frac{2\pi x}{\lambda}}$$

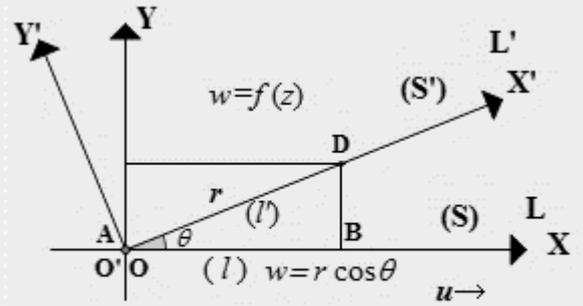


Fig.5

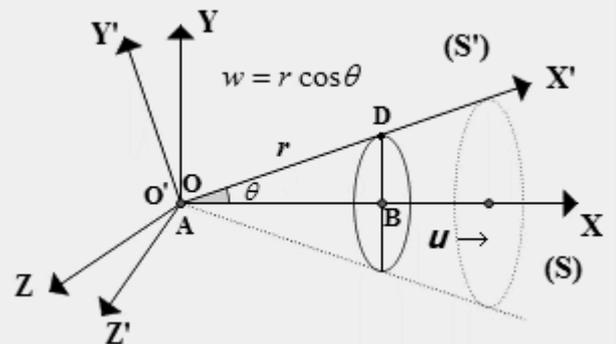
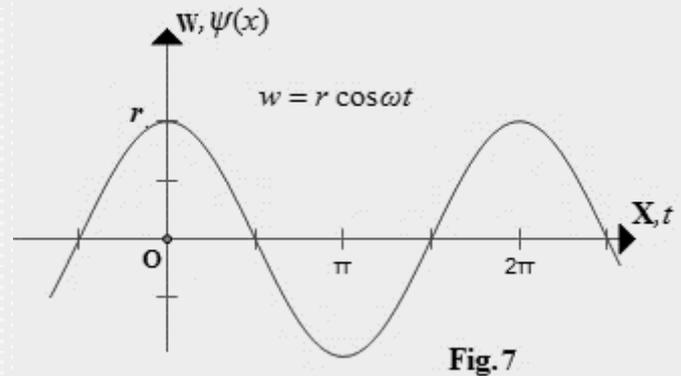


Fig. 6 运动系(S')和观测系(S)在复空间的偏转

有
$$\psi(x) = r e^{\frac{i2\pi x}{\lambda}} \quad (33)$$

由式(32), $w = r \cos\theta$, (见图 Fig.7), 当 $\theta = \omega t$, w 或 $\psi(x)$ 为简谐震动方程, 关于 X 轴 或 t 轴的振幅。由上所述, 当 $\theta = \omega t$, w 或 $\psi(x)$ 的概率密度为 w 的二阶导数记为 w'' 或 $\psi''(x)$, 即概率幅密度。



对式(33)求二次导数

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -r \frac{4\pi^2}{\lambda^2} e^{\frac{i2\pi x}{\lambda}} \quad (34)$$

以下式(35)即为关于概率幅密度的一阶薛定谔方程

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\psi = 0 \quad (35)$$

在以上推导过程中, 关键之处在于图 Fig. 6 中 D 点的位置在三维空间的位置是不确定的, 当角 θ 确定后, 它的“轨迹”是概率分布的圆周的集合。当粒子的速度改变后, 角 θ 也相应改变, 是由 X 或 t 二阶导数, 来确定振幅的概率密度。这就是粒子的随机性的根本原因。这也可以使我们有可能揭开量子世界的不确定性及微观世界各种奇怪的现象的面纱。

四. 新的推论

0.71c 处的时空光锥顶点

由二维空间关系式 (11) $x = x' \cos\theta - y' \sin\theta$ 令 $x' = y' = c't'$

则 $x = c't' (\cos\theta - \sin\theta)$ 再令 $x = 0 \quad t' \neq 0$

有 $\cos\theta - \sin\theta = 0 \quad \text{tg}\theta = 1 \quad \theta = \pi/4$

由于 $\sqrt{1 - u^2/c^2} = \cos\theta$ 故 $u \approx 0.71c$

上式结果表明, 当时空偏角为 45 度, (S')与(S)的相对速度 $u = 0.71c$ 时, (S)中与相对运动方向垂直的量 x (或 z) 为零, 此时的时空意义为(S')中的物体在我们的视线中消失。换句话说, 我们看不见相对速度为 0.71c 的任何物体, 既使该物体从我们眼前飞过。(这个结论在洛伦兹变换中是不存在的), 当相对运动速度 $u > 0.71c$ 时, 该物体会从反方向重新出现, 且物体左右两端发生对调, 即产生所谓光锥现象, 光锥的顶点在 0.71c 处。这一时空效果在宏观、微观上都是相同的。因此, 我们可从实验室观察粒子的运动, 以证实这一推论的正确与否。

与这一推论相符的惊人事实是：

1. 任何物体，无论其空间尺度大小，只要其达到相对速度 $u = 0.71c$ 或时空偏角为 45 度时，那么这个物体将没有空间屏障！（具有空间穿透能力或空间发生“短路”）
2. 当相对运动速度 $u > 0.71c$ 时会产生‘因果倒置’现象；即在我们正常时空情况下按时间顺序发生的从空间 A 到 B 的事情，在那里的顺序为 B 到 A。

五. 结论

- 1) 在相对论中，长度收缩，质量变化及时间膨胀均由洛伦兹因子来表示，本文把它定义为 $1/\cos\theta$ ，为不同参照系的度量转换提供了新的方法。
- 2) 根据时空偏转概念，在复变函数下导出薛定谔方程意味着相对论和量子力学有一个共同原理；因此从它们被建立以来，变得可以兼容，而薛定谔方程也不再是量子力学的原理了。
- 3) 新的行星进动公式表明在黎曼时空之外，还可以有其它解释。
- 4) 数百年来，物理学基础理论从牛顿理论，相对论到量子力学可以用时空偏转角 θ 的定义域变化来表示，见下表.2。

时空偏转角 θ 的定义域		
0 $L = L_0$	绝对时空	牛顿理论
$[0, \pi/2]$ $L = L_0 \cos\theta$	相对时空	相对论
$[0, +\infty)$ $L = L_0 \cos\theta t$	量子时空	量子力学

表.2

六. 感谢

特别感谢伦敦帝国理工学院的吉姆 比利博士（Jim Bailey, PhD physics）对本文的内容，陈述方式及当今物理学统一理论进展所进行的指导；感谢东北师范大学物理系李林森教授曾对本文的评价意见及有关天体摄动方面的指导。

七. 参考书籍或文章

1. Zhao-Zheng, Liu-WenBiao: *Foundation of General Relativity* Tsinghua university press (2014.11) 4.3 Pg.78
2. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker: *Fundamentals of Physics* (7th Edition); Adaptation by Li-XueQian, Fang-ZheYu; Higher Education Press (2008.6) 23-4 Pg. 747
3. Wikipedia *Astronomical constant* Constant of aberration, at standard epoch 2000
4. Hsu and J.P. Hsu *The physical basis of natural units and truly fundamental constants* Eur. Phys. J. Plus (2012)127:11 <http://link.springer.com/article/10.1140%2Fepjp%2Fi2012-12011-5>
5. U. Leonhardt and P. Piwnicki, *Optics of nonuniformly moving media*, Phys. Rev. A 60, 4301 – Published 1 December 1999. <https://core.ac.uk/download/pdf/2645592.pdf>